

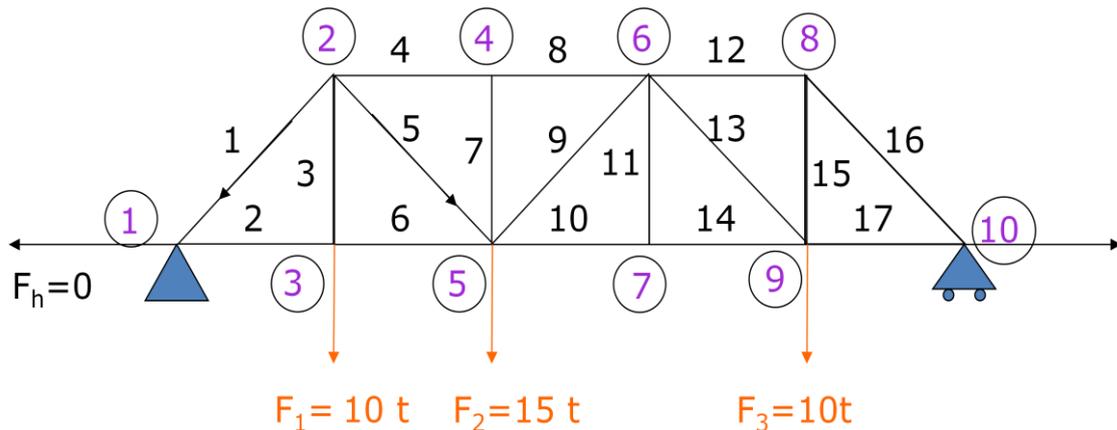
ARIVIDADE EXTRACLASSE

Treliça

- Treliça: estrutura composta de barras (metálicas ou de madeira) unidas por rótulas (nós) nas suas extremidades.

Problema da treliça

Determinar as forças que atuam nas junções da treliça abaixo:



- Forças que atuam na treliça: 17
- O número de junções (j) está relacionado com o número de componentes da treliça (m):

$$2j - 3 = m$$

Neste caso: $2(10) - 3 = 17$

- Logo, as componentes das forças são determinadas pelas condições de equilíbrio nas junções.

Sejam F_x e F_y as componentes horizontal e vertical das forças, respectivamente.

Considerando $\alpha = \sin(45^\circ) = \cos(45^\circ)$ e supondo pequenos deslocamentos, as condições de equilíbrio são:

- Junção 2:
$$\begin{cases} \sum F_x = -\alpha f_1 + f_4 + \alpha f_5 = 0 \\ \sum F_y = -\alpha f_1 - f_3 - \alpha f_5 = 0 \end{cases}$$
- Junção 3:
$$\begin{cases} \sum F_x = -f_2 + f_6 = 0 \\ \sum F_y = f_3 - F_1 = 0 \end{cases}$$
- Junção 4:
$$\begin{cases} \sum F_x = -f_4 + f_8 = 0 \\ \sum F_y = -f_7 = 0 \end{cases}$$

- Junção 5:
$$\begin{cases} \sum F_x = -\alpha f_5 - f_6 + \alpha f_9 + f_{10} = 0 \\ \sum F_y = \alpha f_5 + f_7 + \alpha f_9 - F_2 = 0 \end{cases}$$
- Junção 6:
$$\begin{cases} \sum F_x = -f_8 - \alpha f_9 + f_{12} + \alpha f_{13} = 0 \\ \sum F_y = -\alpha f_9 - f_{11} - \alpha f_{13} = 0 \end{cases}$$
- Junção 7:
$$\begin{cases} \sum F_x = -f_{10} + f_{14} = 0 \\ \sum F_y = f_{11} = 0 \end{cases}$$
- Junção 8:
$$\begin{cases} \sum F_x = -f_{12} + \alpha f_{16} = 0 \\ \sum F_y = -f_{15} - \alpha f_{16} = 0 \end{cases}$$
- Junção 9:
$$\begin{cases} \sum F_x = -\alpha f_{13} - f_{14} + f_{17} = 0 \\ \sum F_y = \alpha f_{13} + f_{15} - F_3 = 0 \end{cases}$$
- Junção 10:
$$\sum F_x = -\alpha f_{16} - f_{17} = F_h = 0$$

A formulação matricial do sistema $A.x = b$, é dada por:

$$A = \begin{bmatrix} -\alpha & 0 & 0 & 1 & \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha & 0 & -1 & 0 & -\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha & -1 & 0 & 0 & \alpha & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha & 0 & 1 & 0 & \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -\alpha & 0 & 0 & 1 & \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha & 0 & -1 & 0 & -\alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & \alpha \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -\alpha \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha \end{bmatrix}$$

$$b = [0 \ 0 \ 0 \ 10 \ 0 \ 0 \ 0 \ 15 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 10 \ 0]^T$$

$$x = [f_1 \ f_2 \ f_3 \ f_4 \ f_5 \ f_6 \ f_7 \ f_8 \ f_9 \ f_{10} \ f_{11} \ f_{12} \ f_{13} \ f_{14} \ f_{15} \ f_{16} \ f_{17}]^T$$

A solução, para $\alpha = \sin(45^\circ) = \cos(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ é dada por

$$x = (-29.247105, 19, 10, -28, 13.853892, 19, 0, -28, 9.235928, 22, 0, -16, -9.235928, 22, 16, -24.629141, 16)^T.$$

Exercício: Resolver o sistema usando o SCILAB e o soft Calculo Numérico 5.1